

L'economia e il metodo matematico

di Carlo Felice Manara

È nostra intenzione analizzare e discutere brevemente qui non soltanto l'impiego della Matematica in Economia, ma anche le ragioni che lo fondano e lo giustificano: pertanto intendiamo guardare alla Matematica come ad un metodo per l'indagine della realtà, per l'enunciazione precisa delle ipotesi di spiegazione, per la deduzione rigorosa.

Secondo un atteggiamento abbastanza diffuso, la Matematica viene utilizzata in Economia come un puro strumento, che ha ben poco da dire sul piano metodologico, e che dovrebbe limitarsi a svolgere il suo «servizio» (non sempre neppure molto apprezzato) quando esso venga eventualmente richiesto. Questo atteggiamento ha origini abbastanza lontane, ed è stato adottato da personaggi autorevoli.

Personalmente ricordiamo l'atteggiamento ironico di un noto economista «letterario» il quale prevedeva sorridendo la prossima fine della «moda matematica» nell'Economia, così come sono passate altre «mode», che conducevano a costruire presunti modelli di sistemi economici.

L'illustre personaggio ricordava i modelli che erano stati costruiti mettendo in evidenza le analogie con gli esseri viventi, per esempio assimilando il denaro al sangue, la Borsa al cuore e così via; ed aggiungeva che questi modelli, anche se a prima vista suggestivi, non erano sufficienti per una analisi rigorosa ed esauriente dei fenomeni economici, ed erano rapidamente caduti in desuetudine; destino che egli prevedeva vicino per i modelli matematici.

Un atteggiamento cosiffatto, anche se comprensibile, dimostra tuttavia una certa cecità nei confronti della Matematica e delle sue possibilità; ma soprattutto dimostra, a nostro parere, l'abitudine ad ignorare certi aspetti della Matematica, aspetti che invece – a nostro parere – conferiscono a questa dottrina la dignità di struttura portante del pensiero scientifico moderno.

Comprendiamo abbastanza la posizione di coloro che si mo-

strano scettici nei riguardi dell'impiego della Matematica nella Economia; si argomenta infatti, e si ripete, che la dottrina economica prende in considerazione dei fenomeni tipicamente umani, e quindi molto complessi; pertanto – si dice – molte delle circostanze che influiscono sulla condotta economica dell'uomo si riferiscono ad enti che non sono misurabili, e non sono codificabili con le convenzioni della Matematica. Di conseguenza l'insistere nel voler rappresentare le relazioni economiche con strumenti matematici (numeri, relazioni tra numeri, equazioni e così via) costituisce un procedimento riduttivo della ricchezza del fenomeno economico; e la rappresentazione che la Matematica può dare di questo fenomeno si lascia sfuggire la parte più importante della realtà: la sua dimensione propriamente umana. Quindi le deduzioni che si possono trarre dalla rappresentazione matematica delle relazioni e delle leggi economiche sono nella maggior parte dei casi inutili, irrilevanti, quando non addirittura fuorvianti.

Pensiamo quindi che sia opportuno riflettere un poco sul significato e sulla portata della applicazione degli strumenti matematici alla Economia. E, parlando di «strumenti», intendiamo indicare non soltanto il linguaggio matematico, con le sue leggi sintattiche e le sue possibilità di rappresentazione e di deduzione, ma anche, e soprattutto, la mentalità e la metodologia della Matematica.

È appena necessario osservare che la Matematica ha un aspetto che la rende particolarmente utile, per rappresentare gli oggetti delle varie scienze, per formularne le ipotesi, e per trarre da queste, rigorosamente, le conseguenze. Sotto questo aspetto la Matematica ci si presenta come un linguaggio, che utilizza dei simboli artificiali, e studia ed applica le leggi sintattiche di questi simboli.

Pertanto, guardando le cose da questo punto di vista, noi constatiamo che la Matematica utilizza metodicamente un procedimento che si potrebbe chiamare di «codificazione» della realtà, la quale viene rappresentata e descritta con simboli, che permettono di dare informazioni senza dubbi o sbavature concettuali.

Non ci è possibile sviluppare qui ulteriormente questo pensiero; ci limitiamo a ricordare questo aspetto della Matematica che è importante, e che è messo in luce come meglio non si potrebbe da Galileo, il quale in un celebre passo del «Saggiatore», dichiara che il «grande libro» dell'universo è scritto in caratteri matematici, e che chi non conosce tali caratteri è destinato ad aggirarsi in un «... oscuro laberinto».

Le operazioni che permettono di «codificare» la realtà con i

simboli della Matematica sono più comunemente conteggi e misurare. E già in questo modo si può raggiungere un grado di chiarezza e precisione superiore a quello dato dalla pura descrizione verbale delle cose. Circostanza questa che era già stata riconosciuta da F. Galiani, il quale, nella sua celebre opera *Della moneta*, rettificando le opinioni di altri che stimavano la quantità di risparmio di moneta nel Regno di Napoli, afferma: «... tanta differenza v'è tra affermare all'ingrosso e l'esaminare sui numeri le cose» (p. 149).

Ma vorremmo mettere in guardia lo studioso dal pensare che la Matematica si riduca a studiare degli oggetti misurabili. Da questa limitata concezione traggono forse la loro origine molte critiche che sono state avanzate all'impiego della Matematica nella scienza economica, critiche le quali partono dalla banale constatazione che molti oggetti studiati dalla Economia non sono misurabili, nel senso classico del termine.

Invece pare a noi di poter dire che la Matematica ha un ambito ed un dominio molto più vasti di quelli tradizionalmente descritti con la espressione «scienza dei numeri»; si pensi per esempio all'Algebra, che, con la teoria dei gruppi, può descrivere e dominare le nostre manipolazioni degli oggetti rigidi, cioè le operazioni dalle quali hanno tratto la loro origine le dottrine geometriche; oppure si pensi alle strutture algebriche che trovano la loro applicazione nella logica formale, nella teoria dei linguaggi ecc.

Quindi il criticare l'impiego della Matematica in Economia adducendo come ragione il fatto che gli oggetti di quest'ultima scienza non sono sempre e completamente misurabili è prova di ignoranza della portata e del significato della Matematica di oggi.

Vorremmo osservare infine che la Matematica non permette soltanto la designazione precisa degli oggetti di una Scienza, cosa che, già per sé sarebbe molto utile; in più la Matematica permette delle deduzioni rigorose ed impeccabili, perché permette di ricondurre la deduzione ad una manovra di simboli, ad un calcolo. Potremmo citare a questo proposito la opinione di W. G. Leibnitz, il quale preconizzava la venuta di un tempo in cui non vi fossero più dispute di sapienti, vuote e inutili, perché sarebbe bastato che due disputanti si assidessero ad un medesimo tavolo, per dire scambievolmente «*calculemus...*» (calcoliamo); e ciò perché un sistema opportuno di simboli avrebbe permesso la designazione precisa degli oggetti della disputa; ed un sistema di regole sintattiche dei simboli stessi avrebbe permesso la deduzione rigorosa, senza dubbi di sorta.

Ed invero capita spesso di augurarsi qualche cosa di simile quando si leggono certe argomentazioni, nelle quali l'oggetto di cui si parla in partenza cambia via via, con l'insensibile progressivo cambiamento del significato dei termini impiegati. Cosa che può avvenire anche senza la cattiva volontà di chi scrive o parla, ma che conduce spesso ad errori ed a paralogismi.

Ciò che abbiamo detto finora a proposito dei vantaggi che la Matematica può offrire nelle scienze applicate, ed in particolare nella Economia, richiede tuttavia un completamento per quanto riguarda l'impiego del linguaggio matematico e soprattutto degli strumenti potentissimi che la Matematica costruisce.

Ciò che vorremmo dire potrebbe essere espresso con molta efficacia con le parole che B. Pascal impiegò, parlando di «*esprit de finesse*».

Infatti vorremmo dire che può esistere un atteggiamento in certo modo correlativo a quello tenuto da coloro che negano validità all'impiego della Matematica in Economia. Tale atteggiamento invece porta ad attribuire importanza eccessiva alle teorie matematiche, con la tendenza a pretendere che esse rendano ogni aspetto della realtà.

Questa posizione viene forse favorita dalla opinione corrente, secondo la quale la Matematica viene concepita come la «scienza della precisione e della certezza»; ma si trascura forse di ricordare che questa certezza è realizzata soltanto nelle strutture teoriche, e che l'applicazione della Matematica alla realtà ammette sempre margini di approssimazione, dovuti non alla struttura teorica, ma alle operazioni concettuali e concrete con le quali la struttura stessa viene adattata alla conoscenza di una determinata realtà.

Ciò avviene quando la codificazione della realtà si effettua con operazioni di misura; ciò avviene, in modo più pesante, quando la codificazione della realtà viene fatta con operazioni statistiche, come, nella maggior parte dei casi, è d'obbligo per la raccolta dei dati di partenza delle teorie economiche.

Questa ineliminabile presenza di margini di approssimazione conduce talvolta a risultati che appaiono paradossali a qualcuno; ma non deve essere dimenticata, se si vuole avere un concetto esatto della immagine che la Matematica ci dà del mondo, e se si vuole adottare un atteggiamento equilibrato nell'impiego delle teorie fondate su strumenti matematici.

Soltanto un equilibrio di questo tipo può consigliare uno studioso sul giusto livello di sofisticazione teorica che egli può utilmente adottare per una fruttuosa analisi dei fenomeni; e quindi

può aiutarlo a non cadere negli eccessi opposti, che potrebbero essere da una parte la adozione di modelli matematici troppo rudimentali, e da un'altra nella adozione di modelli troppo raffinati, che si rivelano poi come delle inutili esercitazioni di alta Matematica, senza molta possibilità di applicazioni; il che potrebbe ancora una volta confortare qualcuno nel giudizio di inutilità dell'impiego della Matematica in Economia.

A proposito delle idee che stiamo esponendo, vorremmo ricordare le parole profonde di H. Poincaré, il quale giudicava privo di senso parlare di teorie «giuste» o «sbagliate», ma voleva che si parlasse soltanto di teorie più o meno adeguate.

Vorremmo anche ricordare che considerazioni analoghe alle nostre sono state svolte da Pareto (1904) parlando appunto delle applicazioni economiche della Matematica. Pareto analizza, per esempio, la utilizzazione degli strumenti della Analisi matematica classica in Matematica finanziaria, osservando che gli strumenti teorici trattano di grandezze che sono essenzialmente continue, mentre gli oggetti della Matematica finanziaria (tempi, somme di denaro) vengono sempre rappresentati con numeri interi. Ma ciò non toglie che le conclusioni siano attendibili ed utili se si tiene accuratamente conto dei margini di approssimazione con i quali gli strumenti teorici rendono la realtà concreta, e se si interpretano esattamente le informazioni che gli strumenti teorici forniscono.

Noi pensiamo che le costruzioni concettuali delle teorie economiche (come, per esempio, «modelli» in Economia ed Econometria) potrebbero essere giudicate con i criteri di adeguatezza di cui parlava Poincaré, senza presunzione di valutarne la «verità» assoluta. In altre parole, noi pensiamo che soltanto un certo «*esprit de finesse*» permetta di scegliere l'ordine di approssimazione adeguato alle informazioni che si cercano ed a quelle che si posseggono in partenza, e permetta di apprezzare la validità delle deduzioni, nella loro estensione e nella loro precisione.

Gli esempi, anche troppo frequenti, di statistiche male progettate e peggio utilizzate, che alimentano le quotidiane polemiche politiche, i vari «numeri indici» che vengono usati come strumenti di polemica e che forniscono argomenti a tutte le parti tra loro avverse, potrebbero infatti giustificare la diffidenza verso la Statistica e la Matematica; al di là di ogni tentativo di umorismo, queste polemiche dimostrano – a nostro parere – la necessità di utilizzare la Matematica con buon senso, per evitare abbagli.

Le osservazioni che abbiamo esposto finora sono abbastanza

naturali, e tali da sfiorare quasi la banalità; ma abbiamo voluto esporle perché ci pare che spesso vengano dimenticate. Al di là di quanto abbiamo detto finora, pensiamo che si possa aggiungere qualche cosa, nei riguardi dello spirito e della metodologia della Matematica. Invero si potrebbe dire che lo scopo principale di ogni scienza è la ricerca della certezza, attraverso la chiarezza espressiva ed il rigore deduttivo; e che l'adozione del linguaggio matematico contribuisce grandemente a questo scopo; ma pensiamo che sia anche più importante della adozione del linguaggio l'adozione dello spirito e del metodo. A questo proposito vorremmo ricordare la evoluzione critica che la Matematica ha vissuto nel secolo scorso, evoluzione che ha condotto questa scienza alla adozione del cosiddetto «metodo assiomatico». E con questo termine non si intende affatto indicare la imposizione al prossimo delle proprie idee e dei propri punti di vista, come se fossero degli assiomi indiscutibili, ma semplicemente la coscienza del fatto che è necessario strutturare ogni teoria scientifica su certe basi metodologiche: anzitutto fare un inventario completo ed esplicito dei termini primitivi; in secondo luogo fare un elenco completo delle proposizioni primitive.

Nello spirito della critica matematica, abbiamo chiamato *primitivo* un termine il cui significato si presume noto, e che comunque si rinuncia a definire, secondo i canoni della logica classica, *per genus et differentiam*.

Questa osservazione si incontra già in Aristotele, e fu espressa magistralmente da B. Pascal, che scrisse:

«... il est évident que les premiers termes qu'on voudrait définir, en supposeraient de précédents pour servir à leur explication, et que de même les premières propositions qu'on voudrait prouver en supposeraient d'autres qui les précédassent; et ainsi il est clair qu'on n'arriverait jamais aux premières».

Analogamente abbiamo chiamato *primitiva* una proposizione che costituisce un punto di partenza per una teoria, e pertanto non viene dimostrata, e non può essere dimostrata, rimanendo nell'ambito della teoria stessa.

Ovviamente di un dato termine preso isolatamente, non si può dire che sia oppure no primitivo; analogamente di una data proposizione, presa isolatamente, non si può dire che sia oppure no primitiva. Queste qualifiche hanno senso soltanto sull'ambito di una data teoria; e può avvenire che in una certa teoria possa essere definito un termine che in un'altra viene dato come primitivo; oppure possa essere dimostrata una proposizione che in un'altra

teoria viene data come primitiva. Ciò dipende ovviamente dai termini che sono stati enunciati prima di quello definito, o dalle proposizioni che sono state formulate prima di quella dimostrata.

Pertanto si possono fare varie scelte di sistemi concettuali per costruire una teoria di una medesima realtà, così come si possono utilizzare varie teorie per rappresentare la realtà stessa, a seconda degli scopi e dell'ordine di approssimazione che si desiderano conseguire.

Quindi il metodo assiomatico - ripetiamo - non consiste affatto nell'enunciare degli assiomi sui quali ci si rifiuta di discutere; ma bensì nella analisi accurata e rigorosa di tutti i punti di partenza e delle basi della deduzione. Perché - paradossalmente - sono proprie soltanto queste le cose su cui si può discutere e disputare; le conseguenze si ottengono in via necessaria, beninteso quando il processo di deduzione sia corretto. Ci viene fatto di pensare che un chiarimento metodologico di questo tipo non sia molto frequente, stando alle opere che accade di leggere; e che talvolta i giudizi degli Autori su certe teorie o sulle loro applicazioni sono fondati su principi non esplicitamente formulati, o su proposizioni accettate senza dimostrazione, forse senza che questo fatto sia chiaramente presente, neppure alla mente di coloro che scrivono o parlano.

A scanso di equivoci, ripetiamo ancora che in ogni teoria occorre partire da termini non definiti e da proposizioni non dimostrare; ma che il metodo assiomatico (che rispecchia la matematizzazione della scienza e la elaborazione critica della stessa Matematica negli ultimi secoli) vuole che tali punti di partenza siano analizzati e chiaramente ed esplicitamente enunciati.

La Economia è una dottrina difficile, perché riguarda il comportamento di soggetti umani, per la intricatezza degli influssi e delle interdipendenze, per la presenza della libertà umana, che spesso rende vane anche le previsioni più accurate e sagaci.

In presenza di queste difficoltà pensiamo quindi che lo spirito metodologico di chiarezza e rigore, portato dall'impiego della Matematica, possa essere di grande utilità per i costruttori di teorie economiche e per gli utilizzatori di queste.

Riferimenti bibliografici

- Galiani F. (1963), *Della moneta e altri scritti inediti*, Milano, Feltrinelli.
Pareto V. (1904), *Anwendungen der Mathematik auf Nationalökonomie*, in *Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*.

Summary: Economics and Mathematical Method

This paper presents some comments on the meaning and relevance of the application of mathematics to economics. Two widely-used approaches are considered. The first regards the use of mathematics in economics simply as a kind of service offered, while the second sees the application of mathematical theory to economics as being of fundamental importance.

The conclusions highlight the advantages to economics which can be derived from the use of mathematics to «decodify» reality. At the same time, however, the author stresses the caution which is necessary in the application of mathematical theory to economic problems. Mathematics is a science that can be considered certain and precise only in terms of its theoretical structure. Its concrete application contains a degree of approximation.